ANALIZA DANYCH

W pracy dziesięciokrotnie zbadano ilość rozpadów gamma w ciągu ustalonego czasu. Wyniki badań przedstawia poniższa tabela:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Częstość[Hz]** | **Zliczenia** | **Czas[s]** | **Częstość zlin.[Hz]** |
| 71,01393973 | 8522 | 120,004608 | 71,03907446 |
| 70,38063072 | 8446 | 120,004608 | 70,40768735 |
| 71,20907103 | 8546 | 120,0128 | 71,2379781 |
| 71,67568793 | 8602 | 120,0128 | 71,70532102 |
| 68,92598123 | 8272 | 120,0128 | 68,94955285 |
| 69,85565088 | 8383 | 120,004608 | 69,87714776 |
| 71,70068526 | 8605 | 120,0128 | 71,72580858 |
| 70,97576259 | 8518 | 120,0128 | 71,00183434 |
| 70,96394165 | 8516 | 120,004608 | 70,99029978 |
| 70,08064224 | 8410 | 120,004608 | 70,10217154 |

W kolumnach znajdują się kolejno: liczba rozpadów w ciągu sekundy, liczba zliczeń zarejestrowanych dla danego czasu oraz częstość zlinearyzowana (skorygowana o wypełnienie przebiegu). Żadnym zaskoczeniem jest fakt, że dane pomiary nie są za każdym razem takie same. Nawet po ustawieniu odpowiedniego czasu pomiaru, widać że nie jest to stała wartość, tylko bardziej oscylująca w okolicach tej ustalonej wartości. Powodem tych różnic dla czasu jest najprawdopodobniej niedokładność miernika. Liczba zliczeń może być też niedokładna przez miernik, lub po prostu fakt, że akurat w tym czasie było trochę mniej rozpadów. W dalszej analizie zajmiemy się wartością częstości zlinearyzowanej i to dla niej obliczymy moc dawki promieniowania.

Aby oszacować jaka wartość najlepiej będzie opisywać nasze rozpady, skorzystajmy z prostego wzoru na średnią wartość:

gdzie jest liczbą pomiarów, a to kolejna wartość pomiaru. Oznaczmy sobie jako średnią częstość zlinearyzowaną. Po podstawieniu do powyższego wzoru otrzymujemy:

Teraz mamy pewność, że nasza poszukiwana wartość oscyluje w okolicach jednak nie możemy powiedzieć, że jest ona równa tej wartości. Aby uściślić nasz wynik, możemy obliczyć niepewność średniej:

gdzie jest liczbą pomiarów, a to odchylenie standardowe pomiaru wyrażone wzorem:

gdzie jest liczbą pomiarów, to kolejny pomiar, a to średnia z pomiarów. Ostatecznie po podstawieniu do wzoru otrzymujemy:

Czyli

Wynik w takiej postaci nie wygląda zbyt elegancko. Aby to zmienić, przypomnijmy sobie proste zasady zaokrąglania liczb:

1. Przyjęło się, że zaokrąglamy zawsze do dwóch cyfr znaczących niepewności.

Cyfry znaczące to cyfry niezerowe. Więc gdy mamy na przykład wartość , to po zaokrągleniu otrzymujemy . Jednak gdy otrzymamy wynik , to dwie cyfry znaczące nie są pierwszymi po przecinku, tylko po zerach. Otrzymujemy więc .

1. Wszystkie cyfry, które są większe od zaokrąglamy w górę, a te mniejsze w dół.

Przykład: , .

1. Gdy druga cyfra znacząca jest równa , to zaokrąglamy w dół dla trzeciej cyfry znaczącej równej , lub w górę dla wszystkich pozostałych. Przykład:

.

1. Czasami niepewność naszych pomiarów jest tak duża, że przekracza wartość W tym przypadku również obowiązują wszystkie powyższe zasady, a dwie cyfry znaczące to po prostu dwie pierwsze cyfry. Przykład: ,

Gdy już wiemy ile miejsc po przecinku musi mieć niepewność, to wartość średnią zaokrąglamy do tej samej liczby miejsc po przecinku. W naszym przypadku otrzymujemy ostatecznie:

Gdy już oszacowaliśmy wartość częstotliwości, możemy się zabrać za moc dawki promieniowania wyrażanej wzorem:

Gdzie to współczynnik wzorcowania układu pomiarowego wyrażony w . Jednostka ta nie wygląda dość przyjaźnie, więc postaram się mniej więcej przedstawić czym są te symbole:

- przedrostek jednostki miary w układzie SI, oznacza że mnożymy naszą wartość przez ,

-jednostka odnosząca się do działania promieniowania jonizującego na organizmy żywe, ,

- jedna godzina,

- sekunda,

Znamy już jednostkę , czas więc poznać jej wartość. W naszym przypadku układem pomiarowym była sonda SSU-70-2 nr OD 007 i radiometr uniwersalny RUM-2 nr OD 0048. Zgodnie ze Świadectwem Wzorcowania Nr 257/2013 wystawionym 20 grudnia 2013 przez Narodowe Centrum Badań Jądrowych Laboratorium Pomiarów Dozymetrycznych, nr akredytacji AP 070, , a jej niepewność maksymalna to Jest to niepewność względna. Aby obliczyć niepewność bezwzględną, należy przemnożyć przez .   
Czyli niepewność

.

Analogicznie jak dla częstotliwości, zaokrąglamy i otrzymujemy

Teraz mamy już wszystkie dane potrzebne do obliczenia mocy oraz jej niepewności. Zacznijmy od łatwiejszej sprawy, czyli obliczmy moc dawki promieniowania:

Ponieważ moc obliczyliśmy z dwóch parametrów, które posiadają swoje niepewności, to musimy to wziąć pod uwagę przy wyznaczaniu niepewności mocy. Skorzystamy z wzoru na propagację małych błędów. Przyjrzyjmy się najpierw bardziej ogólnemu przypadkowi. Załóżmy, że nasza wartość, dla której chcemy obliczyć niepewność, to funkcja zależna od zmiennych , oznaczmy ją jako . Każda z tych zmiennych posiada swoją własną niepewność. W tym miejscu należy dodać warunek, że te zmienne nie są ze sobą skorelowane, to znaczy nie wykazują żadnej współzależności między sobą. Nazwijmy kolejne niepewności odpowiednio . Niepewność takiej funkcji przedstawia wzór:

Domyślam się, że jeszcze nie dla każdego wyrażenie jest całkiem jasne. Operator oznacza pochodną cząstkową funkcji po zmiennej Wyjaśnijmy więc sobie co robi pochodna w najprostszym przypadku, który wystarczy do naszych obliczeń. Napiszmy wzór naszej funkcji jako gdzie to jakaś wartość stała względem czyli może być po prostu równa np. 2 czy 80 albo gdzie , a to po prostu potęga W tym przypadku wzór na pochodną wygląda następująco:

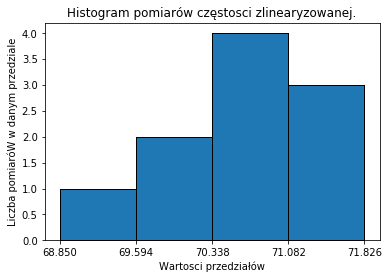
Teraz możemy rozpisać wzór na naszą niepewność mocy:

Wreszcie możemy zapisać ostateczny wynik naszych obliczeń:

Na sam koniec, spróbujmy przedstawić nasze dane w postaci graficznej, na przykład przez histogram. Polega on na tym, że najpierw dzielimy zmierzone wartości na przedziałów lewostronnie otwartych i prawostronnie domkniętych. Każdy przedział będzie reprezentowany przez taki słupek, nazywany binem. Na osi x będą się znajdować kolejne wartości brzegowe przedziałów, a na osi y będą wysokości binów. Wysokość ta jest liczbą zmierzonych wartości, które pasują do danego przedziału. Trzeba pamiętać o przyjętej zasadzie wyznaczania przedziałów. Załóżmy, że pierwszy bin jest przedziałem od do . Najmniejsza zmierzona wartość musi być mniejsza od Analogicznie jest dla ostatniego binu. Największa zmierzona wartość musi być mniejsza od górnego przedziału. Bardzo ważną rzeczą jest dobranie odpowiedniej liczby binów. Jeżeli wybierzemy za małą lub za dużą liczbę, histogram stanie się bardzo nieczytelny. Niestety 10 pomiarów to bardzo mało jak na histogram, więc i tak będzie on dość średnio przedstawiał ideę, ale zróbmy go dla wprawy. Ustalmy sobie, że dzielimy histogram na 4 części. Dla przejrzystości rozpiszmy to sobie w tabelce:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Wartość zmierzona częstotliwości zlinearyzowanej | Lewa granica przedziału (otwarta) | Prawa granica przedziału (domknięta) |
| 68,949553 | 68,84955 | 69,59362 |
| 69,877148 | 69,59362 | 70,33768 |
| 70,102172 |
| 70,407687 | 70,33768 | 71,08174 |
| 70,9903 |
| 71,001834 |
| 71,039074 |
| 71,237978 | 71,08174 | 71,82581 |
| 71,705321 |
| 71,725809 |

Teraz mamy wszystkie dane do stworzenia histogramu. Warto też wspomnieć, że ze względów estetycznych, po bokach zostawia się trochę wolnego miejsca, jeżeli biny są wąskie, to jest to po prostu pusty bin, a jeżeli biny są szerokie (tak jak w naszym przypadku), to wystarczy trochę miejsca, mniej niż jeden bin.



Z dobrze zrobionego histogramu można odczytać wiele ciekawych rzeczy. Po pierwsze, najwyższy bin powinien w sobie zawierać wartość średnią mierzonej wielkości – czyli się zgadza. Po drugie, jeżeli dla wystarczającej ilości binów i dużej liczby pomiarów nasz histogram przybiera kształt dzwona (tak ściślej mówiąc kształt rozkładu Gaussa), czyli mniej więcej jest symetryczny (ma widoczne maksimum i tyle samo wartości po lewej i po prawej stronie), to znaczy że nasze pomiary były wykonane w prawidłowy sposób, a odchylenia nie odskakują od normy. Dla czterech binów nie jest widoczny ten rozkład, więc zachęcamy do wykonania większej ilości pomiarów. Wyniki z pewnością będą dokładniejsze, a histogram przyjmie kształt rozkładu Gaussa.